IUNIE 2023 –T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Arătați că $2B-A=3C$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A=B+2C$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x-4)(y-4)+4$.

5p **a)** Arătați că $5*4=4$.

5p **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $x*6=6x$.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule $n$ pentru care $\frac{4}{n}*n>4$.

MAI 2023 – T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & a+3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=9$.

5p **b)** Arătați că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real $a$.

5p **c)** Determinați numerele reale $a$ pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1)-aI_2)=0$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2+mX-4$, unde $m$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=-4$, pentru orice număr real $m$.

5p **b)** Determinați numărul real $m$, știind că $-1$ este rădăcină a polinomului $f$.

5p **c)** Determinați numerele naturale $m$ pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

MARTIE 2023– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x+2 & -2\\ 2 & x-1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=8$.

5p **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $A(0)\cdot A(0)=A(x)$.

5p **c)** Arătați că, dacă $x$ și $y$ sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A(x))=\det(A(y))$, atunci $x+y=-1$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=4xy-3x+2y-1$.

5p **a)** Arătați că $1*2=8$.

5p **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $x*(-1)=4$.

5p **c)** Determinați numărul real $a$ pentru care $x*a=-x$, pentru orice număr real $x$.

MODEL 2023– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+1 & -3\\ 2 & x-1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=9$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $B(3)\cdot B(4)=xB(1)$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$ pentru care matricea $B(a)$ este inversa matricei $C=\frac{1}{9}A$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+mX-4$, unde $m$ este număr real.

**5p** **a)** Pentru $m=1$, arătați că $f(2)=10$.

**5p** **b)** Pentru $m=-4$, determinați rădăcinile polinomului $f$.

**5p** **c)** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul $m$, polinomul $f$ **nu** are toate rădăcinile reale.

AUGUST 2022– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=-2$.

**5p** **b)** Arătați că $A-4I_2=3B$.

**5p** **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X+X\cdot B=A$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy(x+y-4)$.

**5p** **a)** Arătați că $2*3=6$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $1*x=4$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $x$ pentru care $2^x*2^x=2^{3x}$.

IUNIE 2022– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=2$.

**5p** **b)** Arătați că $A+2B=3C$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $\det\left(B\cdot C+x(A-C)\right)=0$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+2y)(y+2x)+2$.

**5p** **a)** Arătați că $1*1=11$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $x*0=4$.

**5p** **c)** Demonstrați că $x*\frac{1}{x}>7$, pentru orice număr real nenul $x$.

MAI 2022– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2-x & x\\ x & 2\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=5$.

**5p** **b)** Arătați că $2A-B(2)=2B(0)$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $\det\left(B(x)\cdot B(1)-(x+1)A\right)=1$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y-6xy$.

**5p** **a)** Arătați că $1\circ 1=-4$.

**5p** **b)** Arătați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

**5p** **c)** Determinați numerele întregi $m$ pentru care $m\circ(3-m)<3$.

MARTIE 2022– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & x\\ 1 & 2x+1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(0))=0$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $a$ pentru care $2A(4)+A(-2)=aA(2)$.

**5p** **c)** Arătați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X\cdot A(1)=A(m)$, unde $m$ este număr întreg, atunci matricea $X$ are toate elementele numere întregi.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+y)(x-1)(y-1)+1$.

**5p** **a)** Arătați că $2*1=1$.

**5p** **b)** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $n$ pentru care $n*(1-n)\geq n^2$.

MODEL 2022– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}0 & a-2\\ 1 & 3a\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=3$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $A\cdot A+A=2B(x)$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$ pentru care $\det\left(B(a)\cdot A+B(3a)\right)=4$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(xy+1)(x+y)$.

**5p** **a)** Arătați că $1*2=9$.

**5p** **b)** Arătați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale nenule $n$ pentru care numărul $N=n*\frac{1}{n}$ este întreg.

AUGUST 2021– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -2x\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=3$.

**5p** **b)** Arătați că $3B(2)+B(6)=4B(3)$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $x$ pentru care $(B(-x)-B(x))\cdot(B(-x)+B(x))=A+B(3)$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=3x+4y-25$.

**5p** **a)** Arătați că $3\circ 4=0$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $(2x)\circ x=5$.

**5p** **c)** Determinați numerele întregi $m$ pentru care $m^2\circ 1\geq 1\circ m^2$.

IUNIE 2021– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=7$.

**5p** **b)** Arătați că $2B+I_2=3A$.

**5p** **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X-B\cdot X=I_2-X$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3-(x-3)(y-3)$.

**5p** **a)** Arătați că $1*3=3$.

**5p** **b)** Arătați că $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

**5p** **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui $x$ pentru care $x*(x+6)\geq 3$.

MARTIE 2021– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & -6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $M(x)=A+xB$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=0$.

**5p** **b)** Demonstrați că $M(x)\cdot M(1)=xM(1)$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Determinați numărul natural $n$, știind că $M(4)\cdot M(3)\cdot M(2)\cdot M(1)=nM(1)$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+x^2y^2$.

**5p** **a)** Arătați că $1*2=7$.

**5p** **b)** Demonstrați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

**5p** **c)** Determinați numerele întregi $x$ pentru care $(-2)*x\leq 3$.

MODEL 2021– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=-1$.

**5p** **b)** Arătați că $A\cdot A-3A=I_2$.

**5p** **c)** Se consideră matricea $X=\begin{pmatrix}1 & x\\ y & 1\end{pmatrix}$, unde $x$ și $y$ sunt numere reale. Determinaţi numerele reale $x$ și $y$ pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=4xy+x+y$.

**5p** **a)** Arătați că $3\circ 2=29$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x\circ y=\dfrac{(4x+1)(4y+1)-1}{4}$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui $x$ pentru care $x\circ x\le 2$.

AUGUST 2020– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}a+1 & 1\\ 1 & a-1\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(0))=-2$.

**5p** **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(-a)=(2-a^2)I_2$, pentru orice număr real $a$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A(1)\cdot X=A(2)$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x^2+xy-x-y+1$.

**5p** **a)** Arătați că $3*2=11$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x*(-x)=1$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $x$ pentru care $2^x*4=1$.

IULIE 2020– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 6\\ -1 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=2$.

**5p** **b)** Arătați că $B\cdot A+B=O_2$.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $n$ pentru care $\det(B+nA)=\det B+n\det A$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+2y+1$.

**5p** **a)** Arătați că $1\circ(-1)=0$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x\circ\left(-\dfrac{1}{2}\right)=x$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” **nu** admite element neutru.

IUNIE 2020– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=2$.

5p **b)** Arătați că $3A-A\cdot A=2I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real $x$ pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2)=5A-I_2$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x^2+(x+1)(y+1)+y^2$.

5p **a)** Arătați că $3\circ(-1)=10$.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **c)** Demonstrați că $x\circ 1\geq 2$, pentru orice număr real $x$.

MODEL 2020– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 9\\ 0 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -3x\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=4$.

5p **b)** Determinați numărul real $x$ pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.

5p **c)** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $B(1)\cdot X=A$.

**2.** Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\dfrac{x^2+y^2}{xy}$.

5p **a)** Arătați că $3\circ\dfrac{1}{3}=\dfrac{82}{9}$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y\geq 2$, pentru orice $x, y\in M$.

5p **c)** Determinați $a\in M$, pentru care $a^2\circ\dfrac{1}{a^2}=2$.

AUGUST 2019– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}1+a & -a\\ a & 1-a\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-2$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale $a$ și $b$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X\cdot M(2)=A$.

**2.** Se consideră polinomul $f=2X^3-4X^2+4X-3$.

5p **a)** Arătați că $f(0)=-3$.

5p **b)** Demonstrați că numărul $a=\dfrac{3}{x_1}+\dfrac{3}{x_2}+\dfrac{3}{x_3}$ este natural, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile lui $f$.

5p **c)** Demonstrați că polinomul $f$ **nu** are toate rădăcinile reale.

IULIE 2019– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -10\\ 3 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde $a$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=0$.

**5p** **b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale $a$ și $b$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$ pentru care $M(1)+M(2)+\ldots+M(2019)=2019M(a)$.

**2.** Se consideră polinomul $f=mX^3+2X^2-mX-2$, unde $m$ este număr real nenul.

**5p** **a)** Arătați că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul $m$.

**5p** **b)** Pentru $m=3$, determinați rădăcinile polinomului $f$.

**5p** **c)** Determinați numărul real nenul $m$ pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

MAI 2019– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ unde $a$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det M=3$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $a$ pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)-I_2$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$ pentru care $\det\big(aA(a)+M\big)=0$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+2$, unde $m$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $f(2)=2m-6$, pentru orice număr real $m$.

**5p** **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real $m$, numărul $E=x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

**5p** **c)** Pentru $m=3$, determinați rădăcinile polinomului $f$.

MARTIE 2019– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ x-1 & x\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det\big(A(2)\big)=3$.

**5p** **b)** Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy-x-y+1)$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $a$, știind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(\frac{1}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{4}$.

**5p** **a)** Arătați că $6*2=5$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $x*(4x)=6$.

**5p** **c)** Calculați $1*2*3*\ldots*2019$.

MODEL 2019– T.

**SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$, unde $x$ și $y$ sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1,1))=2$.

5p **b)** Determinați numărul natural $n$ pentru care $A(n-1,0)+A(n+1,0)=A(2018,0)$.

5p **c)** Determinați numărul real $a$, știind că există un număr real $x$ pentru care $A(x,1)\cdot A(x,1)=A(a,-2)$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-7X^2+mX-8$, unde $m$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1)+f(1)=-30$, pentru orice număr real $m$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ la $X^2-3X+1$, știind că $f$ se divide cu $X-2$.

5p **c)** Determinați numărul real $m$ pentru care polinomul $f$ are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

AUGUST 2018– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix} a-2 & 1 \\ 4 & a+1 \end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=36$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui $a$ pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Determinați numerele reale $x$ și $y$ pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+mX-6$, unde $m$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)=m-5$, pentru orice număr real $m$.

5p **b)** Determinați numărul real $m$ pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

5p **c)** Pentru $m=-7$, determinați numerele reale $p$ și $q$, pentru care $f=(X+1)(X^2+pX+q)$.

IUNIE 2018– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=16$.

5p **b)** Determinați numărul real $a$ pentru care $A\cdot B=aI_2$.

5p **c)** Demonstrați că $\det\left(xA+\frac{1}{x}B\right)\geq 49$, pentru orice număr real nenul $x$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=5xy+15(x+y)+42$.

5p **a)** Arătați că $(-2)\circ(-2)=2$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=5(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

5p **c)** Determinați numărul real $x$, pentru care $(x-3)\circ(x-3)\circ(x-3)=197$.

MAI 2018– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(2))=5$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale $x$ și $y$ pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.

**5p** **c)** Determinați numărul întreg $p$ pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.

**5p** **a)** Arătați că $2*2=2$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Calculați $1*2*3*\ldots*2018$.

MARTIE 2018– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $5A-3B=8\begin{pmatrix}0 & 7\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

**5p** **b)** Demonstrați că matricea $B$ este inversa matricei $A$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ și $y$, știind că $xA\cdot A-8A=yI_2$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-2(x+y)+6$.

**5p** **a)** Demonstrați că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $x$, pentru care $x*3=2018$.

**5p** **c)** Calculați $\log_2 2*\log_2 3*\log_2 4*\ldots*\log_2 2018$.

MODEL 2018– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ m & m+1\end{pmatrix}$, unde $m$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

**5p** **b)** Demonstrați că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice număr real $m$.

**5p** **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(5)$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.

**5p** **a)** Arătați că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **b)** Arătați că $x\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=x$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $n$ pentru care $n\circ(n-1)<17$.

AUGUST 2017– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=-13$.

**5p** **b)** Arătați că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 10\\ -10 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $\det\left(B\cdot B-xI_2\right)=0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2-X-3$.

**5p** **a)** Arătați că $f(1)=0$.

**5p** **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ la polinomul $X-2$.

**5p** **c)** Demonstrați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

IUNIE 2017– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=5$.

**5p** **b)** Determinați numărul real $a$ pentru care $B\cdot B=2B$.

**5p** **c)** Arătați că $\det\left(A\cdot B-B\cdot A\right)\geq 0$, pentru orice număr real $a$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-3x-3y+12$.

**5p** **a)** Arătați că $1\circ 3=3$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinați numărul real $x$, pentru care $(x\circ x)\circ x=3$.

MAI 2017– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=2$.

**5p** **b)** Arătați că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A\cdot X=B$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-3$.

**5p** **a)** Arătați că $1*2=0$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $\left(x^2\right)*x=-1$.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale nenule $n$ pentru care $n*n*n*n<3$.

MARTIE 2017– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ x & x \end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(3))=3$.

**5p** **b)** Arătați că $A(2017+x)+A(2017-x)=2A(2017)$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $m$ pentru care $\det(A(2)+mA(1))=0$.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=2xy+6x+6y+15$.

**5p** **a)** Arătați că $x*y=2(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$.

**5p** **b)** Arătați că $7*98=2017$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$, pentru care $x*(x+2)=3$.

MODEL 2017– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Calculați $\det A$.

**5p** **b)** Arătați că $9(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=45I_2$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$, pentru care $\det(A+xI_2)=0$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-6X+8$.

**5p** **a)** Arătați că $f(2)=-8$.

**5p** **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ la polinomul $X-1$.

**5p** **c)** Demonstrați că $(x_1+1)^2+(x_2+1)^2+(x_3+1)^2=30$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

AUGUST 2016– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=1$.

**5p** **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=2A$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $a$, $b$ și $c$, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix} a-2 & b \\ c+1 & 1 \end{pmatrix}=I_2$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+3x+3y+6$.

**5p** **a)** Arătați că $1\circ(-3)=-3$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinați valorile reale ale lui $x$, pentru care $x\circ x\leq x$.

IULIE 2016– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=1$.

**5p** **b)** Arătați că $B\cdot B+A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ și $y$, pentru care $A+B=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 4^y\end{pmatrix}$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+1$.

**5p** **a)** Arătați că $f(1)=-2$.

**5p** **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ la polinomul $X+1$.

**5p** **c)** Demonstrați că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-3$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

MAI 2016– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde $x$ și $y$ sunt numere reale.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=-4$.

**5p** **b)** Arătați că $\det(A-2B)=0$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ și $y$, pentru care $A\cdot B=B\cdot A$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+2x+2y+2$.

**5p** **a)** Arătați că $1\circ(-2)=-2$.

**5p** **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale nenule $x$, pentru care $x\circ\frac{1}{x}=x$.

MARTIE 2016– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Arătați că $(A-I_3)(A-I_3)(A-I_3)=O_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Rezolvați ecuația matriceală $AX=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-x-y+2$.

5p **a)** Arătați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

5p **b)** Calculați $0*1*2*3$.

5p **c)** Determinați numerele reale $a$, știind că $a*a*2016=2016$.

MODEL 2016– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Verificați dacă $A\cdot(A+I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale $m$ pentru care $\det B=0$, unde $B=A\cdot A+mI_2$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+4X+4$.

5p **a)** Arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ la polinomul $X^2+3X+2$.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{3}{4}$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

AUGUST 2015– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det M=4$.

**5p** **b)** Arătați că $M\cdot M+3M+4I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $a$ și $b$ astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2+5X-1$.

**5p** **a)** Arătați că $f(1)=0$.

**5p** **b)** Arătați că $f(a)+f(-a)+2\leq 0$, pentru orice număr real $a$.

**5p** **c)** Demonstrați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=15x_1x_2x_3$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

IULIE 2015– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=-2$.

**5p** **b)** Arătați că $A+B=5C$.

**5p** **c)** Demonstrați că $AB+BA+4I_2=25C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+4x+4y+12$.

**5p** **a)** Arătați că $5\circ(-4)=-4$.

**5p** **b)** Arătați că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=x$.

MAI 2015– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=1$.

**5p** **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Demonstrați că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real $a$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+5X^2+X+5$.

**5p** **a)** Arătați că $f(-5)=0$.

**5p** **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ la polinomul $X^2+6X+5$.

**5p** **c)** Demonstrați că $\dfrac{x_3}{x_1x_2}+\dfrac{x_2}{x_1x_3}+\dfrac{x_1}{x_2x_3}=-\dfrac{23}{5}$, unde $x_1$, $x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

MARTIE 2015– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Determinați numărul real $x$, știind că $A\cdot A=xA$.

5p **c)** Determinați numerele reale $a$ pentru care $\det(A+aI_2)=0$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy+2x+2y+2$.

5p **a)** Arătați că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

5p **b)** Calculați $(-2015)*(-2)*0*2*2015$.

5p **c)** Determinați numerele naturale $n$, știind că numărul $n*(-n)$ este natural.

MODEL 2015– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Determinați numerele reale $p$ pentru care $A\cdot A=pA$.

5p **c)** Determinați matricele $B=\begin{pmatrix}0 & b\\ b & 0\end{pmatrix}$, știind că $\det(A+B)=0$, unde $b$ este un număr real.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție dată de $x\circ y=-xy+x+y$.

5p **a)** Calculați $1\circ 2015$.

5p **b)** Arătați că $x\circ y=-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x\circ 5^x=1$.

AUGUST 2014– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, unde $b$ este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-2$.

5p **b)** Determinați numărul real $b$ pentru care $A+B=AB+C$.

5p **c)** Arătați că $\det(B+2C)=\det B-\det A$ pentru orice număr real $b$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+X+2$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului $f$ prin $X-1$.

5p **c)** Arătați că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-2$ știind că $x_1, x_2$ și $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

IULIE 2014– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

**5p** **a)** Arătaţi că $\det A=0$.

**5p** **b)** Determinaţi numărul real $x$ ştiind că $B+C=A$.

**5p** **c)** Arătaţi că $B\cdot B+B=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+4x+4y+12$.

**5p** **a)** Arătaţi că $0\circ(-4)=-4$.

**5p** **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale $x$ şi $y$.

**5p** **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=12$.

MAI 2014– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -5 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -5 & -3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătaţi că $\det A=-1$.

**5p** **b)** Arătaţi că $2A\cdot B-B\cdot A=I_2$.

**5p** **c)** Determinaţi numărul real $x$ ştiind că $A\cdot A-xA=I_2$.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2(x+y-1)-xy$.

**5p** **a)** Arătaţi că $1*2=2$.

**5p** **b)** Arătaţi că $x*2=2*x=2$ pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

MARTIE 2014– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Calculaţi $\det A$.

**5p** **b)** Determinaţi numărul real $m$ pentru care matricele $A+mI_3$ şi $\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 8\end{pmatrix}$ sunt egale, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 3\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă $x*y=x+y-5$.

**5p** **a)** Arătaţi că $2*(-2)=2014*(-2014)$.

**5p** **b)** Verificaţi dacă legea „*” este asociativă.

**5p** **c)** Calculaţi $(-4)*(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3*4$.

MODEL 2014– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 1\\ 2 & -2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Calculaţi $\det A$.

**5p** **b)** Arătaţi că $B\cdot A-A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinaţi numerele reale $x$ pentru care $\det(A+xB)=0$.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-3(x+y)+12$.

**5p** **a)** Arătaţi că $x\circ 3=3\circ x=3$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **b)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.

**5p** **c)** Calculaţi $1\circ 2\circ\ldots\circ 2014$.

AUGUST 2013– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}$, unde $b$ este număr real.

**5p** **a)** Calculaţi $\det A$.

**5p** **b)** Determinaţi numărul real $b$ pentru care $A\cdot B=2I_2$.

**5p** **c)** Determinaţi numărul real $b$ pentru care $\det(A+B)=0$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+2X$.

**5p** **a)** Calculaţi $f(1)$.

**5p** **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului $f$ la $X-2$.

**5p** **c)** Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde $x_1,x_2,x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

IUNIE 2013– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Pentru fiecare număr real $a$ se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătaţi că $M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)=M(0)$.

**5p** **b)** Determinaţi numărul real $a$ pentru care $\det(M(a))=0$.

**5p** **c)** Determinaţi matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2+1$.

**5p** **a)** Arătaţi că $f(1)=0$.

**5p** **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului $f$ la polinomul $g=X^2-2X+1$.

**5p** **c)** Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde $x_1,x_2,x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

IUNIE(R) 2013– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & m \\ m & m+1 \end{pmatrix}$, unde $m$ este număr real.

**5p** **a)** Calculaţi $\det A$.

**5p** **b)** Pentru $m=-2$, arătaţi că $A+B=O_2$.

**5p** **c)** Determinaţi numărul real $m$ pentru care $A\cdot B=\begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 16 \end{pmatrix}$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+X$.

**5p** **a)** Arătaţi că $f(-1)=0$.

**5p** **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului $f$ la polinomul $g=X^2+X$.

**5p** **c)** Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că $x_1$, $x_2$, $x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

MAI 2013– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Calculaţi $\det A$.

**5p** **b)** Determinaţi numărul real $x$ pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**5p** **c)** Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix} m & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde $m$ este număr real.

**2.** Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=x+y-2$.

**5p** **a)** Calculaţi $5*(-5)$.

**5p** **b)** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

**5p** **c)** Calculaţi $(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3$.

MODEL 2013– T.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Pentru fiecare număr real $x$ se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}-1 & 2 & x\\ 2 & -1 & x\\ x & x & 2\end{pmatrix}$ şi se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.

**5p** **a)** Calculați $\Delta(1)$.

**5p** **b)** Arătați că $\Delta(x)=6\left(x^2-1\right)$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **c)** Determinați inversa matricei $A(0)$.

**2.** În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f=X^3-X^2+aX+b$.

**5p** **a)** Calculați $a+b$, ştiind că $f(1)=0$.

**5p** **b)** Pentru $a=-1$ şi $b=1$, determinați rădăcinile polinomului $f$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $a$ şi $b$, ştiind că $x_1=1$ şi $x_2=2$ sunt rădăcini ale polinomului $f$.