IUNIE 2023 –M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=3+i$. Arătați că $z(z-2i)=10$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+1$. Arătați că $f(2x)-2f(x)=-1$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^3-2x+2}=x$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea A, a numerelor naturale de două cifre. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A, numărul $n+5$ să fie multiplu de 10.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$ și $B(5,4)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul O și este paralelă cu dreapta AB.
5p	**6.** Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 4. Arătați că $BC=4$.

MAI 2023 –M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $(2-i)^2+i(4+i)=2$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Determinați numărul real m pentru care $(f\circ f)(m)=2m$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1}-3\cdot 5^x=10$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele mai mari sau egale cu 7.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(3,-2)$ și $C(2a,a)$, unde a este număr real nenul. Arătați că dreptele AB și OC sunt perpendiculare, pentru orice număr real nenul a.
5p	**6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin x+4\cos\frac{x}{3}\sin\frac{2x}{3}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right)=4$.

MARTIE 2023–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1=1+2i$ și $z_2=1-i$. Arătați că $z_1^2+4z_2=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care graficele funcțiilor f și g au exact un punct comun.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x^2+9)=2\lg(x\sqrt{10})$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea A, a numerelor naturale de cel mult două cifre. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie divizibil cu 9.
5p	**5.** În triunghiul ABC, punctul M este mijlocul laturii AC, iar punctele D și E aparțin segmentului AB, astfel încât $AD=BE$. Arătați că $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{CB}$.
5p	**6.** Determinați $x\in[0,\pi]$ pentru care $\sin 2x=1+\cos 2x$.

MODEL 2023–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați numerele reale a și b pentru care $(a+bi)(1+i)=4$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-2x+m$, unde m este număr real nenul. Determinați numerele reale m pentru care $f(m-x)=f(m+x)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_2(2x)-1=\log_2\left(x^2+x+2\right)$.
5p	**4.** Se consideră mulțimile $A=\{1,2,3,4\}$ și $F=\{f \mid f:A\to A\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un element f din mulțimea F, acesta să verifice inegalitatea $f(n)\le n$, pentru orice $n\in A$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,3)$ și $B(-1,5)$. Determinați coordonatele punctului C, știind că $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{OC}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $AB=8$, măsura unghiului C de 30° și punctul O, centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Determinați distanța de la punctul O la latura AB.

AUGUST 2022–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $2i(3-i)-6i=2$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(-1)=f(1)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $27^{x-1}=9^x$.
5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele mai mici sau egale cu 3.
5p	**5.** În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(1,-1)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BC}$.
5p	**6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin 2x-2\operatorname{tg}x\cdot\sin\frac{2x}{3}$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

IUNIE 2022–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $8-6\sqrt{6}+6\left(\sqrt{6}-1\right)=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $(f\circ f)(0)=4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3\cdot 2^{2x}+4^x=4$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor divizor al numărului 6.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=3x-2$ și punctul $A(a,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctul A aparține dreptei d.
5p	**6.** Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $AB=10$ și $\cos A=0$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 50.

MAI 2022–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $5(1+2i)-2i(5-i)=3$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x-3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=1+a^2$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(2x^2+1\right)=2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele impare și distincte.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$, $B(1,6)$ și $C(4,2)$. Determinați coordonatele punctului D, știind că $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, astfel încât $BC=10$ și $\sin B=2\sin C$. Arătați că lungimea laturii AB este egală cu $2\sqrt{5}$.

MARTIE 2022–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1=1-2i$ și $z_2=2+i$. Arătați că $(z_1+i)(z_2-1)=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x+m$, unde m este număr real. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $f(x)>0$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1+2\log_2\sqrt{x-2}=\log_2 x$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea A, a numerelor naturale de două cifre. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să aibă exact doi multipli în mulțimea A.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,-2)$, $B(3,1)$ și $M(2,4)$. Determinați coordonatele punctului N, știind că patrulaterul $ABMN$ este paralelogram.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, în care $\sin(A+B)+\cos C=1$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

MODEL 2022–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numerele $6-3\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ și $2+\sqrt{3}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+1$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m pentru care axa Ox este tangentă graficului funcției f.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+2}=5^x+24$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte, acesta să aibă cifra zecilor multiplu de 3.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC, punctul D mijlocul laturii AC și punctul M astfel încât $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Arătați că dreptele MD și AB sunt paralele.
5p	**6.** Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, în care $AC=3$ și măsurile unghiurilor A și B sunt de $30°$, respectiv $60°$.

AUGUST 2021–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați media aritmetică a numerelor reale $a = 2021 - \sqrt{2}$ și $b = 2021 + \sqrt{2}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1, m)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(\sqrt{x} + 3\right) + \log_3\left(\sqrt{x} - 3\right) = 2$.

5p **4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are exact 16 submulțimi.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,0)$, $N(8,3)$ și $P(6,3)$. Determinați coordonatele punctului Q, știind că $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 2A \cdot \cos A = \sin A$. Arătați că $A = \frac{\pi}{4}$.

IUNIE 2021–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $(1+i)^2 - 2(1+i) + 2 = 0$, unde $i^2 = -1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax - 5$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctul $M(1,2)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2 + 1\right) = \log_4 x + \log_4(x+1)$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 2 și cu 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,4)$, $N(0,1)$ și $P(3,0)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul P și este paralelă cu dreapta MN.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în C. Arătați că $\operatorname{tg} B = \frac{1}{\operatorname{tg} A}$.

MAI 2021–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați modulul numărului complex $z = (2+3i)(2-3i) - (9-3i)$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 5x + 20$. Calculați $(g \circ f)(2)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-5} = \frac{1}{16}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 4$, $BC = 6$ și măsura unghiului ABC de $120°$. Determinați modulul vectorului $\overrightarrow{AM}$, unde punctul M este mijlocul segmentului BD.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 12$, $AC = 16$ și $BC = 20$. Arătați că $\frac{r}{R} = \frac{2}{5}$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC și R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

MARTIE 2021–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_2=2$ şi $b_4=4$. Determinaţi b_6.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$, unde m este număr real. Determinaţi numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcţiei f este situat pe dreapta $y=3x$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x-2^{x+1}-3=0$.
5p	**4.** Determinaţi numărul de numere naturale de trei cifre care au exact două cifre egale.
5p	**5.** Segmentele AB şi $A'B'$ au acelaşi mijloc. Demonstraţi că $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{BA'}=\vec{0}$.
5p	**6.** Demonstraţi că, în orice triunghi ABC, are loc relaţia $AB+AC+BC=2R(\sin A+\sin B+\sin C)$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului.

MODEL 2021–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că numărul $N=\log_2 6-2\log_2 3+\log_2 24$ este natural.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+2$. Arătaţi că dreapta de ecuaţie $y=2$ intersectează graficul funcţiei f în două puncte distincte.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{3x-1}$.
5p	**4.** Determinaţi numărul de elemente ale unei mulţimi A, ştiind că mulţimea A are exact 15 submulţimi cu două elemente.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC şi punctele M, N şi P mijloacele segmentelor BC, BM, respectiv CM. Arătaţi că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AP}=\frac{3}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$.
5p	**6.** Determinaţi $x\in(0,\pi)$, ştiind că $\sin 2x+2\sin^2 x=0$.

AUGUST 2020–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=2+i$. Arătaţi că $z^2-4z+5=0$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+a$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $M(0,2)$ aparţine graficului funcţiei f.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x=\sqrt[3]{x^3+2x}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de cinci cifre distincte, formate cu cifre din mulţimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 2 şi cifra unităţilor egală cu 3.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(2,3)$ şi $C(4,a)$, unde a este un număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul C este situat pe mediatoarea segmentului AB.
5p	**6.** Măsurile unghiurilor A, B şi C ale triunghiului ABC sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Demonstraţi că măsura unghiului B este egală cu $\frac{\pi}{3}$.

IULIE 2020–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $a=3+2\sqrt{2}+\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$ este natural.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Arătați că $(f\circ f)(1)=f(2)+2$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{x^2}=3\cdot 3^x$.
5p	**4.** Determinați numărul natural nenul n, știind că mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,n\}$ are exact 10 submulțimi cu două elemente.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,0)$, $N(7,0)$ și $A(a,3)$, unde a este număr real. Știind că $AM=AN$, arătați că segmentul AO are lungimea egală cu 5.
5p	**6.** Se consideră $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ pentru care $3\cos x-2=2\cos 2x$. Calculați $\cos x$.

IUNIE 2020–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $z=\left(1-i\sqrt{2}\right)\left(1+i\sqrt{2}\right)$ este natural, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că $f(x)+f(1-x)=7$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x+5^{-x}=2$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,4,5\}$. Determinați numărul submulțimilor cu trei elemente ale lui A, care îl conțin pe 1.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(-4,4)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul M și este perpendiculară pe dreapta OM.
5p	**6.** Triunghiul ABC este dreptunghic în A și $\sin B=\cos B$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

MODEL 2020–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ este egală cu 30. Determinați a_2.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+9$. Arătați că $(f\circ f)(3)=9$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x-6)=6-\log_2(x+6)$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{0,1,2,3,4,5\}$.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC, punctul D mijlocul laturii AC și punctul E mijlocul segmentului BD. Arătați că $\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CA}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=2\sqrt{3}$, $A=\dfrac{\pi}{4}$ și $B=\dfrac{5\pi}{12}$. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC.

AUGUST 2019–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că suma elementelor mulțimii $A=\{n\in\mathbb{N} \mid n-1\le 4\}$ este egală cu 15.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că vârful parabolei asociate funcției f are ordonata egală cu 2.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3}=\sqrt{9-x}$.
5p	**4.** Determinați numărul submulțimilor cu cel puțin 8 elemente ale unei mulțimi cu exact 10 elemente.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$, $B(-1,3)$ și $C(8,10)$. Determinați lungimea segmentului CD, unde punctul D este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Arătați că $1+\cos\pi+\cos 2\pi+\cos 3\pi+\ldots+\cos 2019\pi=0$.

IULIE 2019–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $n=\left(3-i\sqrt{2}\right)\left(3+i\sqrt{2}\right)$ este întreg, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,3)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+a$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2019^x+2019^{-x}=2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților impară.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-3)$ și $B(2,-2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin A și este perpendiculară pe AB.
5p	**6.** Arătați că $\sin(a-b)\sin(a+b)=(\sin a-\sin b)(\sin a+\sin b)$, pentru orice numere reale a și b.

MAI 2019–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1=3-i$ și $z_2=8-3i$. Arătați că $3z_1-z_2=1$.
5p	**2.** Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(a+1)=35$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\cdot 4^x-4^{x+1}+32=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relația $n(n+1)\ge 42$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(8,4)$, $B(0,6)$ și $C(m,5)$. Determinați numărul real m, știind că $\overline{AC}=\overline{CB}$.
5p	**6.** Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, știind că $AB=6$ și aria triunghiului ABC este egală cu 24.

MARTIE 2019–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați modulul numărului complex $z=(2-i)(3+2i)-4(1+i)$.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2-(2m+1)x+m(m-1)\geq 0$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_2 x-\log_x 2=1$.
5p	**4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi A, știind că mulțimea A are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC, punctul M mijlocul laturii BC și punctul N mijlocul segmentului AM. Demonstrați că $2\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}=\vec{0}$.
5p	**6.** Determinați $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, știind că $1+3\cos x=\cos 2x$.

MODEL 2019–M.I.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați elementele mulțimii $M=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,\frac{3}{x+1}\in\mathbb{N}\right\}$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-mx-1=0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că $\frac{x_1^2-1}{x_1}+\frac{x_2^2-1}{x_2}=2$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}-x=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\log_2 n\,\middle|\,n\in\mathbb{N}^*,\,n\leq 20\right\}$, acesta să fie număr natural.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,2)$ și $P(1,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MP.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A)=45^\circ$ și $m(\sphericalangle C)=30^\circ$. Determinați lungimea laturii BC.

AUGUST 2018–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $n=\left|1-\sqrt{2}\right|+\left|2-\sqrt{2}\right|$ este natural.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=11-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1-11x$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\geq g(x)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x\cdot 2^{x+1}=72$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma folosind doar cifre impare.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,3)$, $B(1,3)$ și $C(1,5)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris ΔABC, știind că $BC=4$, $B=\frac{\pi}{3}$ și $C=\frac{\pi}{6}$.

IUNIE 2018–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați numărul complex z, știind că $2\overline{z}-z=1-3i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+1$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m, știind că vârful parabolei asociate funcției f se află pe axa Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\lg x}{\lg(x+2)}=\frac{1}{2}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte și impare.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(-5,2)$ și dreapta d de ecuație $y=x+1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d.
5p	**6.** Arătați că $\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=0$, pentru orice număr real x.

MAI 2018–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1-2i$. Arătați că $z^2-2z+5=0$.
5p	**2.** Determinați numerele reale a și b, pentru care graficele funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+a$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=bx+2$ se intersectează în punctul $M(2,8)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(4x+5)=1+\log_3(x+3)$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele pare.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(4,1)$ și $C(0,8)$. Determinați lungimea segmentului CM, știind că M este simetricul punctului A față de punctul B.
5p	**6.** Calculați aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB=6$, $AC=10$ și $m(\sphericalangle BAC)=\frac{\pi}{6}$.

MARTIE 2018–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați partea întreagă a numărului real $a=\sqrt[3]{125}+\sqrt{5}$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că $(f\circ f)(x)=f(x+1)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1}\le\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$.
5p	**4.** Determinați numărul de submulțimi cu cel puțin trei elemente ale mulțimii $A=\{0,1,2,\ldots,9\}$.
5p	**5.** Se consideră triunghiul MNP cu $MN=6$, $MP=8$ și $m(\sphericalangle M)=90°$. Calculați lungimea vectorului $\vec{u}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}$.
5p	**6.** Determinați numărul real x, știind că $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x+2=0$ și $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

MODEL 2018–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $n=\log_3\left(\sqrt{7}-2\right)+\log_3\left(\sqrt{7}+2\right)$ este natural.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+6x+3$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x+2)^3=(2-x)^3$.
5p	**4.** Calculați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{0,2,4,6,8\}$.
5p	**5.** Punctele M, N și P verifică relația $2\overrightarrow{MN}+3\overrightarrow{NP}=\vec{0}$. Calculați lungimea segmentului MP, știind că $MN=3$.
5p	**6.** Arătați că $\sin x+\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)+\sin(2\pi-x)=0$, pentru orice număr real x.

AUGUST 2017–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1=2+3i$ și $z_2=1+2i$. Arătați că $2z_1-3z_2=1$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-3mx+2=0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că $x_1+x_2+x_1x_2+1=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(x+3)+\log_4(x-3)=2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 6.
5p	**5.** Determinați numărul real a, pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+2\vec{j}$ și $\vec{v}=3\vec{i}-3\vec{j}$ sunt coliniari.
5p	**6.** Arătați că $(\sin x-\cos x)^2+\sin 2x=1$, pentru orice număr real x.

IUNIE 2017–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=2+i$. Arătați că $z+\bar{z}+z\bar{z}=9$, unde $\bar{z}$ este conjugatul lui z.
5p	**2.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1,m)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x-3$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(1-\log_2 x)(2-\log_2 x)=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(3,3)$ și $C(0,2)$. Determinați lungimea medianei din C a triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\left(1+\mathrm{tg}^2 x\right)\cos^2 x-\left(1+\mathrm{ctg}^2 x\right)\sin^2 x=0$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

MAI 2017–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma numerelor întregi din intervalul $(-5,5)$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$. Calculați $(f\circ f)(1)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3}=x-3$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,100\}$, acesta să fie multiplu de 11.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,2)$ și $N(4,2)$. Determinați coordonatele punctului P, situat pe axa Ox, astfel încât $PM=PN$.
5p	**6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC, în care $AB=6\sqrt{2}$ și $C=\frac{\pi}{4}$.

MARTIE 2017–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\frac{2+i}{2-i}+\frac{2-i}{2+i}=\frac{6}{5}$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-(2m+3)x+m^2+3m+2=0$. Arătați că $(x_1-x_2)^2=1$, pentru orice număr real m.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-3}=5-x$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma doar cu cifre pare.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC și punctele M, N și P, mijloacele laturilor AB, BC, respectiv AC. Demonstrați că $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BP}$.
5p	**6.** Determinați numerele reale x, știind că $\sin 2x=\cos x$ și $x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$.

MODEL 2017–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1=2+3i$ și $z_2=4-6i$. Arătați că numărul $z_1z_2+2z_1+z_2$ este real.
5p	**2.** Calculați $(f\circ g)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+x+1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2-4)=\log_5(5x-8)$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 7.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=3x-2017$ și punctul $A(1,0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d.
5p	**6.** Arătați că $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\sin x+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos x=0$, pentru orice număr real x.

AUGUST 2016–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, știind că $a_1 = 2016$ și rația $r = 2$.
5p	**2.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1,2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{4x-6} = 4^{3x-4}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1,2,3,\ldots,40\}$, acesta să conțină cifra 4.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(4,5)$. Determinați ecuația dreptei AB.
5p	**6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

IULIE 2016–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\sqrt{2}-3\right)^2 + \left(\sqrt{2}+3\right)^2 = 22$.
5p	**2.** Calculați produsul $f(-1)f(0)f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2 - 6x + 6\right) = \log_3 1$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale pare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 5, 7, 8 și 9.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$ și $B(1,2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul O și este paralelă cu dreapta AB.
5p	**6.** Arătați că $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) = 0$, pentru orice număr real x.

MAI 2016–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați al patrulea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 4$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(1,a)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{x-2} = 3^{2-x}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie mai mic sau egal cu 30.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,3)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și are panta egală cu 1.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $AB = 10$, $AC = 10$ și $BC = 12$. Arătați că $\sin B = \frac{4}{5}$.

MARTIE 2016–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $(a+b)(i+1)=(a-b+1)(i-1)$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale m, pentru care funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+1$ are valoarea minimă egală cu -3.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3 x=\log_x 3$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre pătrate perfecte.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,a)$, $B(0,-3)$ şi $C(1,1)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că $AB+BC=AC$.
5p	**6.** Determinaţi $a\in(0,\pi)$, ştiind că $\left(\sin\frac{\pi}{7}-\cos a\right)^2+\left(\cos\frac{\pi}{7}-\sin a\right)^2=2$.

MODEL 2016–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinaţi numărul real x, ştiind că numerele 7, $3x$ şi x^2+2 sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m, ştiind că parabola asociată funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$ este tangentă axei Ox.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-9}=32^x$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând o submulţime a mulţimii $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\sqrt{5},\sqrt{6}\right\}$, aceasta să aibă cel mult două elemente.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(1,0)$ şi $C(1,4)$. Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul B şi este paralelă cu mediana din A a triunghiului ABC.
5p	**6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $A=\frac{3\pi}{4}$ şi $BC=\sqrt{2}$.

AUGUST 2015–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinaţi al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=2$ şi $a_2=5$.
5p	**2.** Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(3,5)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=a-x$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^{4-x}=2^{2x+2}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(1,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul M şi are panta egală cu 2.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=12$ şi $BC=13$. Arătaţi că $\sin C=\frac{5}{13}$.

IULIE 2015–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $(\sqrt{5}+1)^2+(\sqrt{5}-1)^2=12$.
5p	**2.** Calculați produsul $f(1)f(2)f(3)f(4)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2-4x+4)=0$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 2, 3 și 4.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(2,3)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta AB.
5p	**6.** Arătați că $\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)=0$, pentru orice număr real x.

MAI 2015–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1=2+3i$ și $z_2=1-3i$. Arătați că numărul z_1+z_2 este real.
5p	**2.** Calculați $(f\circ g)(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-64=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 7.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=4x+1$ și punctul $A(2,0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d.
5p	**6.** Arătați că $\sin(\pi-x)\sin x-\cos(\pi-x)\cos x=1$, pentru orice număr real x.

MARTIE 2015–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați partea reală a numărului complex $z=\frac{3+2i}{2-3i}$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, știind că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-a$ are graficul tangent axei Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x}+3\cdot4^x-16=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, aceasta să aibă un singur element număr par.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(4,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MN.
5p	**6.** Arătați că $(\sin x+\sin(\pi-x))^2+(\cos x+\cos(2\pi-x))^2=4$, pentru orice număr real x.

MODEL 2015–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$. Calculați $(z-1)^2$.
5p	**2.** Arătați că $3(x_1+x_2)-4x_1x_2=3$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-5x+3=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-3\cdot 2^x+2=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=3x+4$ și punctul $A(1,0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d.
5p	**6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB=12$ și $C=\frac{\pi}{6}$.

AUGUST 2014–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați partea reală a numărului complex $z=1+2i+3i^2$.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x-5$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-x}=3^{2x}$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 0, 1, 2 și 3.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB}=3\vec{i}+2\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC}=(m+1)\vec{i}+4\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numărul real m știind că $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=AC=3$ și $BC=3\sqrt{2}$. Determinați $\cos C$.

IULIE 2014–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_1=6$ și $a_2=12$.
5p	**2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3^x-1)(3^x-3)=0$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cifra 1.
5p	**5.** Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB=2$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.
5p	**6.** Calculați aria triunghiului isoscel ABC știind că $A=\frac{\pi}{2}$ și $AC=4$.

MAI 2014–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $3(2+4i)+2(1-6i)=8$.

5p **2.** Arătați că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$ este tangentă la axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x^2+4}=5^{4x}$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 3, 5 și 7.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,2)$, $B(-4,-2)$ și $C(4,2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin A și este perpendiculară pe dreapta BC.

5p **6.** Arătați că $\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}=0$.

MARTIE 2014–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numerele reale a și b, știind că $\frac{1+i}{1-i}=a+ib$ și $i^2=-1$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{\frac{x+2}{2}}+3^{x+1}=36$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să nu conțină cifra 6.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$, $B(2,3)$ și $C(0,-2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin C la AB.

5p **6.** Determinați $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\frac{1+\sin x}{\sin x}=\frac{1+\cos x}{\cos x}$.

MODEL 2014–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numerele reale a și b, știind că $a+ib$ este conjugatul numărului complex $z=\frac{1+i}{1-i}$.

5p **2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x-12$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2-4)=\log_3(6x-12)$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 100.

5p **5.** Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}-3\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}-5\vec{j}$. Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Calculați lungimea laturii AC a triunghiului ABC, știind că $BC=8$, $A=\frac{\pi}{4}$ și $C=\frac{7\pi}{12}$.

AUGUST 2013–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ cu termeni reali, ştiind că $b_1 = 1$ şi $b_4 = 27$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}=9^{1-x}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}-5\vec{j}$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $BC=5$ şi $\sin C=\frac{4}{5}$.

IUNIE 2013–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=3(3-2i)+2(5+3i)$ este real.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$. Calculaţi $f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x)=\log_2(1+x)$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 2200 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=\vec{i}+4\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Determinaţi $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, ştiind că $\frac{3\sin x+\cos x}{\sin x}=4$.

MAI 2013–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi numărul real x pentru care numerele 1, $2x+2$ şi 7 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie cu axa Ox a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4}=x+2$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare $\overline{ab}$ se pot forma, ştiind că $a,b\in\{2,3,4,5\}$ şi $a\neq b$.

5p **5.** În dreptunghiul $ABCD$, cu $AB=8$ şi $BC=6$, se consideră vectorul $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AD}$, unde $\{O\}=AC\cap BD$. Calculaţi lungimea vectorului $\vec{v}$.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=6$, $BC=10$ şi $\sin C=\frac{3}{5}$.

MODEL 2013–M.I.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $n=\left(\sqrt{5}-1\right)^2+2\sqrt{5}$ este natural.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+4$ intersectează axa Ox în două puncte distincte.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(2-x^2\right)=\log_2 x$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, aceasta să aibă cel mult un element.
5p	**5.** Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC}=4\vec{i}+6\vec{j}$. Determinați lungimea segmentului $[AC]$.
5p	**6.** Se consideră numerele reale a și b astfel încât $a+b=\frac{\pi}{3}$. Arătați că $2\cos b=\cos a+\sqrt{3}\sin a$.